

$$\frac{dx}{dy} = i \frac{dx dy}{dx dy}$$

$$\frac{dy}{du} = i \frac{dy dv}{dv du} \quad H \mid$$

$$\frac{d^2}{du dv} = \frac{J^2}{H^2} \frac{d^2}{dv du} \quad H \mid$$

da queste forinole, chiamando w l'angolo che la retta (X, Y, Z) fa colla tangente alla curva $\phi = \text{cost.}$, si deduce

$$\cos \phi = \frac{r}{a} \frac{da}{dv} = \frac{F}{a} \frac{da}{du} \quad (18)$$

ossia, per le (n),

$$\cos \phi = 0.$$

Dunque: *le curve $\phi(z, i) = \text{cost.}$ sono incontrate normalmente dalle rette del sistema.*

Non si deve credere che resistenza di queste traiettorie ortogonali sia caratteristica dei sistemi di rette normali ad una superficie. Qualunque sia la superficie iniziale, si può sempre tracciare in essa una serie di linee che seghino normalmente le rette di un sistema arbitrario. Questo fatto emerge da considerazioni geometriche che si affaccieranno spontaneamente alla mente del lettore : ma esso risulta immediatamente anche da ciò che qualunque siano le funzioni U e V , esiste sempre un numero infinito di

fattori — , funzioni di u e di v , che rendono il primo membro dell'equazione

$$U du + V dv =$$

o differenziale esatto di una funzione $\phi(I)$ (//,

i); cosicché

$$\text{epperò} \quad \phi = T - V_H \quad //_{dv} \tau^{\wedge} JL$$

$$dv \quad d\phi = 0,$$

donde consegue, in virtù della (i 8), che le curve $\phi = \text{cost.}$ sono incontrate normalmente dalle rette del sistema, benché non obbediscano a veruna condizione speciale. Ma questa stessa circostanza ci conduce a dare un nuovo enunciato alla condizione perché esse sieno normali ad una superficie. Infatti, chiamando ϕ il

parametro differenziale della funzione $\langle \mathbf{I} \rangle_3$ si ha, rammentando la (14),

$$\text{sen } 6 =$$